

XIX. *Epistola Nicolai Facij, Reg. Soc. Lond. Sod. ad Fratrem Joh. Christoph. Facium dictæ Societatis Sodalem, qua vendicat Solutionem suam Problematis de Inveniendō Solido Rotundo seu Tereti in quod Minima fiat Resistētia.*

Nicolaus Facius Johanni Christophoro Facio Duillierio,
R. S. S. Fratri suo charissimo S. P. D.

VIdisti, Frater amantissime, quæ de mea Solutione Londini impressa Problematis de Inveniendō Solido Rotundo seu Tereti in quod Minima fiat Resistētia, scribere non reveritus est V. Cl. Joh. Bernoullius tuus, vellem & meus. Negat ille me, hominem licet ipsi prorsus ignotum, ex tali Solutione, secundis Fluxionibus implicata, ad Solutionem illam Newtonianam regredi posse, cui similem invenit & ipse Bernoullius. Concludas forsan talibus dictis innui, Quo tempora ista scriberet Bernoullius, Regressum hujusmodi utique facilem ipsi fuisse. Sed obstant plusculum Jacobi Bernoullij Viri Cl. nec unquam pro Meritis laudandi Literæ, quibus plane intelligas nec ipsum, quo tempore scriberet, nec ejus Fratrem Transformationem illam nostram Æquationum Fluxionibus involutarum cognovisse, qua multiplicantur in Productum, verbi gratia, $x^m y^n$ rite determinandum, vel etiam in Quantitatem aliam complexam. Sub Multiplicatione autem, ut bene nosti, continetur & Divisio. Hanc autem Transformationem, a me Anno 1687 & 1688 inventam, Hugenum Moyvræumque edocui

edocui, à quibus ejusdem Scientia ad alios forsan defluxerit. Tentamine autem olim facto, comperi Newtonum Præsidentem nostrum Dignissimum illam vel eo jam tempore non ignorasse; aut potius omnium primum invenisse.

Sed respondere cum potuissem pluribus modis ad Cl. Joh. Bernoullij velitationes, volui Investigationem illam omnium longe simplicissimam Actis Lipsiensibus inferere, quam Joh. Bernoullius non posset respuere; & ex qua præterea intelligeret ipsum immerito falsi arguisse quæ scripseram de Inveniendâ pariter Linea Brevissimi Descensus, adhibita rite consideratione motus quasi Radij Lucis continue refracti, juxta Fermatij Doctrinam Refractionum.

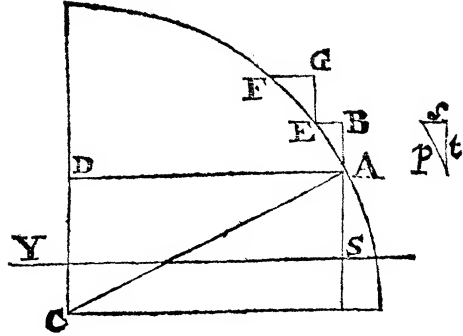
Jam vero, ut me ipsum præteream tales Criminatïones non merentem; & tibi, Frater amantissime, quo docente prima suscepi olim Mathematicarum Scientiarum Semina, & Genevensi nostræ Academiæ, istud animi grati testimonium debere videor, ut ex Æquatione illa quam in Pagina 16. exhibui, rite deductam Æquationem primis tantum Fluxionibus involutam scriptis consignem: Quam scilicet requirebat Johannes Bernoullius, & me prorsus negabat invenire posse. Nec enim ista scriptis mandari poterunt, quin Via sternatur ad augendam inter Mathematicos Geometriæ secretioris Scientiam. Eatenus vero si demonstrarem viam, Deo sic volente, mihi apertam fuisse, Modestiam tamen in me minus forsan requiras, quam arguas supinam in publice prædicandis ejus generis Beneficijs, a Deo Optimo in me collocatis, Negligentiam.

Videantur in Tractatulo nostro quæ ad Figuram ejusdem II pertinent.

In adjuncta Figura sit C Centrum Circuli Osculantis A EF, qui cum Sectione Solidi quæstiti cujus Axis sit SY quam intime coincidat in A. Erigque hujus Circuli

culi Radius C A vel $u = \frac{3 p s x}{t t} - \frac{p x}{s}$: quæ erat Solutio nostra.

Fiat, ut prius, A S ad Solidi Axem Y S perpendicularis = x ; cujus fiat Flexio invariata Magnitudinis A B = \dot{x} : Sitque B E ad Axem parallela = \dot{y} ; Rursusque erigatur E G = \dot{x} ; Et erit G F ad Axem parallela = $\dot{y} + \dot{y}$.



Erit autem p ad t ut u seu $\frac{3 p s x}{t t} - \frac{p x}{s}$ ad $\frac{3 s x}{t}$ — $\frac{t x}{s}$ five $\frac{3 \dot{y} x}{\dot{x}} - \frac{\dot{x} x}{\dot{y}}$; quod æquabitur ipsi n seu A D ad Axem parallelæ, posita scilicet C D ad eundem Axem perpendiculari : quæ C D vocetur m .

Rursus erit p ad s ut u seu $\frac{3 p s x}{t t} - \frac{p x}{s}$ ad $\frac{3 s s x}{t t} - x$, five $\frac{3 \dot{y} \dot{y} x}{\dot{x} \dot{x}} - x$; quod æquabitur ipsi m seu C D. Cujus Valorem dedisse otiosum quidem hic est, sed usum habebit in sequentibus.

Jam vero ex Osculantis Circuli A E F Proprietate habebitur, productis ipsis B A, B E ad alteram usque Circumferentiæ partem, $\dot{x} \times \overline{2 m + \dot{x}} = \dot{y} \times \overline{2 n - \dot{y}}$.

Rursusque ex ejusdem Circuli Proprietate habebitur, productis ipsis G E, G F ad alteram usque Circumferentiæ Partem, $\dot{x} \times \overline{2 m + 3 \dot{x}} = \dot{y} + \dot{y} \times \overline{2 n - 3 \dot{y} - y}$.

Ergo

Ergo, subducta priori hac Æquatione a posteriori, erit $2 \ddot{x} \dot{x} = -2 \dot{y} \ddot{y} - \dot{y} \ddot{\dot{y}} + 2 n \dot{y} - 3 \dot{y} \ddot{\dot{y}} - \ddot{\dot{y}} \dot{y}$.

Deletisque Terminis infinite minoribus quam sint reliqui, erit $2 \ddot{x} \dot{x} = -2 \dot{y} \ddot{y} + 2 n \dot{y}$.

Substitutoque ipsius n Valore, erit $\ddot{x} \dot{x} = -\dot{y} \ddot{y} + \frac{3 x \dot{y} \ddot{y}}{\dot{x}} - \frac{x \ddot{x} \dot{y}}{\dot{y}}$: Id est $\ddot{x}^3 \dot{y} + \ddot{x} \dot{y}^3 - 3 x \dot{y} \ddot{y} \dot{y} + x \ddot{x} \dot{x} \dot{y} = 0$.

Componitur hæc Æquatio ex solis Indeterminatis x , \dot{y} , earumque Fluxionibus \ddot{x} , \ddot{y} , invariabilique Quantitate x , Quantitatibusve Coefficientibus datis. Bina autem sunt Paria Terminorum in quibus occurrunt eadem utrinque literæ, literarumque Potestates, nisi quatenus Quantitas Fluens per Literam unam expressa in Fluxionem convertitur, vel Fluxio in Fluentem. Quæ Paria Terminorum sunt $\ddot{x}^3 \dot{y} + x \ddot{x} \dot{x} \dot{y}$, et $\ddot{x} \dot{y}^3 - 3 x \dot{y} \ddot{y} \dot{y}$; ex Terminis utique Generatoribus duobus duntaxat orta. In tota enim Æquatione nihil obstat quominus ipsa transformetur scilicet Multiplicatione facta in $x^\lambda \dot{y}^\lambda$, determinatis rite ipsis Indicibus λ et λ , ut ea ratione nova Æquatio proveniens tractabilis evadat.

Ergo juxta nostram istarum Transformationum Theoriam, in Generatore ex quo exoritur Terminorum Par primum unico Asterisco notatum, erit Numerus Dimensionum Indeterminatæ x ad Numerum Dimensionum Indeterminatæ \dot{y} , id est, Erit $1 + \lambda$ ad $1 + \lambda$, ut Coefficientens 1 in Termino $\ddot{x}^3 \dot{y}$ ad Coefficientem 1 in Termino $x \ddot{x} \dot{x} \dot{y}$. Rursus in Generatore, ex quo exoritur Terminorum Par alterum Asterisco duplici notatum, Erit Numerus Dimensionum Indeterminatæ x ad Numerum Dimensionum Indeterminatæ \dot{y} , id est, Erit $1 + \lambda$ ad $1 + \lambda$, ut Coefficientens 1 in Termino $\ddot{x} \dot{y}^3$ ad Coefficientem -3 in Termino $-3 x \dot{y} \ddot{y} \dot{y}$; unde fit $\lambda = -\frac{3}{2}$, & λ

& $\lambda = -\frac{3}{2}$; ac proinde Multiplicator $x^{\lambda} \dot{y}^{\lambda} = x^{-\frac{3}{2}} x \dot{y}^{-\frac{3}{2}}$.

Erit igitur $-x^{-\frac{1}{2}} \dot{x}^2 \dot{y}^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} \dot{y}^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} q$ Æquatio superioris Æquationis per $x^{-\frac{1}{2}} \dot{y}^{-\frac{1}{2}}$ multiplicatæ Generatrix: Est autem q Quantitas determinata. Quam Æquationem Generatricem, (Fluentem autem vocant alij) si quadraveris, ut tollantur Radices, proveniet $x^{-1} \dot{x}^4 \dot{y}^{-1} + 2 x^{-1} \dot{x}^2 \dot{y} + x^{-1} \dot{y}^3 = q q$; id est $\frac{\dot{x}^4 + 2 \dot{x}^2 \dot{y}^2 + \dot{y}^4}{x \dot{y}} = q q$. Quæ ipsa est Æquatio

Newtoniana, quam & Joh. Bernoullius invenit, & ipse ego antehac erui, facillima omnium quæ sperari possint ejusdem Æquationis Investigatione. Determinatur autem Quantitas $q q$, vel datis Positione Axe indefinito $Y S$, Puncto A , & Solidi Tangente in A ; vel datis Positione Puncto A , Centro Osculantis circuli C , & $A D$ ad Axem Solidi parallela.

Plura equidem jam aliquot retro ab hinc Annis scribere constitueram, sed aliud Tempus expectandum. Vale.

Dabam Londini die Maij 17. 1712.